

ANEXO

Proyecto “Sistema de Hidrodinámica magnética”

Clave 20110549

Resumen

El proyecto fue enfocado en desarrollo de los métodos asintóticos para ecuaciones de hidrodinámica magnética. Nosotros consideramos la propagación de perturbaciones con amplitud pequeña y frecuencia alta. Su propagación se define por medio del sistema linealizado. Para la sistema linealizada existen ondas de Alfen, cuales tienen velocidades que coinciden en una superficie Σ en espacio de fase. Para este caso fue propuesto el método asintótico antes no conocido que resuelva el problema de propagación de las ondas con pequeñas amplitudes y alta frecuencia. Este efecto se llama en matemática el efecto del cambio de multiplicidad y cerca de la superficie Σ dos ondas de Alfen tienen fuerte interacción. Por lo tanto el método WKB tradicional no se aplicable y nosotros proponemos nueva formula asintótica. Resulta que en vecindad del superficie Σ dos ondas de Alfen no separable, es decir si en tiempo inicial tenemos solo una onda de Alfen que tiene soporte en espacio de fase que interseca con superficie Σ , entonces en instante surge otra onda de Alfen.

Para el sistema de hidrodinámica magnética hay poco casos con soluciones exactos y no esta demostrado el teorema de existencia y unicidad para 3dimensional problem.

Si reescribir el sistema en coordinantes sin dimensionales se surgen parámetros físicos. Para algunos problemas de ciencia y tecnologías se puede considerar que parámetro pequeño esta cerca de algunos derivadas. En este caso se puede obtener asintótica de solución de hidrodinámica magnética linealizada con respecto a pequeño parámetro cerca derivadas usando métodos perturbativos singulares. En mecánica cuántica estos métodos se llama métodos séme clásicos. También el parámetro pequeño ayuda encontrar soluciones del problema linealizada y estudiar su estabilidad. Algunos problemas de estabilidad se reducen a ecuación de Orr-Zommerfeld.

Fueron obtenidos las formulas para difusión de ondas por el dominio donde se acercan los velocidades de diferentes tipos de ondas en ecuación linealizada. Este fenómeno se ocurre por ejemplo cerca de los puntos donde velocidad de Alfenen media iguales, Estos resultados fueron obtenidos por medio de p-representación del sistema linea rizada. El caso es que en “x” y “p” presentación el h-símbolo del sistema linea rizada tiene vectores propios que coinciden en el punto donde hay coincidencia de los velocidades de ondas y el multiplicidad igual a tres. En p-representación se puede hacer regularización de las singularidades en términos asintóticos moviendo los contornos de integrales que presentan la solución del problema en x-presentación en dominio complejo en plano “p”. Estas integrales contienen las funciones exponenciales con fases rápidamente oscilatorias y amplitudes singulares. Por eso se puede obtener la asintótica de

estas integrales usando la generalización del método de fase estacionaria y el método de silla.

Las singularidades de los amplitudes en formulas asintóticos en “p-representación” no se permiten aplicar a este problema el clásico método de p-presentación de V.P.Maslov. Ciertamente que fue necesario investigar el crecimiento de las singulares en los términos de serie asintótica por pequeño parámetro y demostrar que el crecimiento obtenido se permite satisfacer el sistema de hidrodinámica magnética con alta precisión.

Los resultados de este proyecto es una continuación de programas de investigación y proyectos apoyados por CONACYT y CGEPI a partir de 1996. De estas investigaciones fueron derivadas 2 temas de tesis de doctorado concluidos y 6 temas de tesis de maestría cuales son ya sustentados.

Resultados de estas investigaciones fueron publicados en 29 artículos en revistas internacionales y en varias conferencias internacionales.

Mencionamos varias:

1.V.V.Kucherenko "Asymptotics of the solution of the system in the case of characteristics of variable multiplicity"

Mathematics of the USSR Izvestija, v.8, pp631-666, 1974

2.V. Kucherenko, Yu. Osipov, "The Cauchy problem for nonstrictly hyperbolic equations", publicado en Mathematics of the USSR Sbornik, vol. 48, pag. 81 a 108, Rusia (traducción: E.U.), 1983

3.V. Kucherenko, Yu. Osipov "Justification of formal Asymptotics of solutions of ordinary differential equations with degenerate symbol", publicado en Soviet Mathematics of the USSR Sbornik, vol.49, pag. 151 a 169, Rusia (traducción: E.U.), 1983.

4.V.Kucherenko, V. Popov, "The Asymptotic solution of the elasticity problem in the thin domain", publicado en Doklady Akademii Nauk USSR, vol. 29, N1, pag29-31, Rusia (traducción: E.U.), 1984.

5.V. Kucherenko, L.Motylev, "A. Nonstrictly Hyperbolic equation with nonsmooth characteristics", publicado en Soviet Mathematics Doklady, vol. 29, pag. 634 a 637, Rusia (traducción: E.U.), 1984.

6.V. Kucherenko, L. Motylev, "A parametrix for a nonstrictly hyperbolic equation with nonsmooth characteristics", publicado en Mathematics of the USSR, Sbornik, vol. 55, pag. 287 a 306, Rusia (traducción: E. U.), 1985.

7.V. Kucherenko, L. Motylev, "The limits of applicability of the canonical operator method for nonstrictly hyperbolic equations with nonsmooth characteristics", publicado en Mathematics of the USSR Izvestia, vol. 29, pag. 95 a 117, Rusia (traducción: E.U.), 1986.

8.V. Kucherenko, Yu. Osipov, "Exact and asymptotic solutions of systems with turning points", publicado en Mathematics of the USSR Izvestia, vol. 29, pag. 355 a 370, Rusia (traducción: E.U.), 1986.

9.A.Krivko and Valeri Kucherenko "Semiclassic asymptotics of the Matrix Sturm Liouville problem", Mathematical Notes, V80, N1, pp139-143, 2006

10..A.Krivko and Valeri Kucherenko "Semiclassic asymptotics of the Vector Sturm Liouville problem", Russian Journal of Mathematical Physics V12, N2, pp188-202, 2006

11. Salvador Arellano Balderas and Valeri V. Kucherenko "On the boson spectrum of the N particle Schrodinger operator with periodic binary potencial (dense matter)", Journal of Mathematical Physics, Vol.44, N4, pp1490-1511, 2003.
12. Valeri V. Kucherenko "Semi-Classical Asymptotics of the Vector Sturm-Liouville Problem with Parameters", Russian Journal of Mathematical Physics, Vol.14, No2, pp174-187, 2007.
13. V.V. Kucherenko and A. Krivko "Justification of the asymptotic solutions of linear system with a turning point of high order", Proceedings of international conference Days on diffraction 2007, St. Petersburg Russian, ISBN:5-9651-0118-X
14. Valeri Kucherenko "Linearized system of magnetohydrodynamics for the ideal incompressible fluid" Proceedings Days of Diffraction 2010, ISBN 978-5-9651-0529-8 pp102-105.

Introducción

El símbolo principal del sistema de hidrodinámica magnética tiene estructura complicada, porque tiene multiplicidad de las características variable y pueden surgir cajas de Jordan. El caso es que este sistema se consideran en subespacio pero el símbolo está dado para todo espacio. Segunda dificultad es que las características tienen multiplicidad variable. Estas dos dificultades fueron resueltas en este proyecto y fue obtenida la asintótica de problema de Cauchy para ondas con pequeñas amplitudes y de alta frecuencia..

Habitualmente el método asintótico adecuado para estos problemas linealizados es la semi-clásica aproximación (WKB método). Además del parámetro pequeño " $\hbar$ " ceca de las derivadas hay otro parámetro " w " de que se depende la matriz-símbolo del sistema linealizado. Para valor $w=0$ hay dos tipos de ondas cuánticas que tienen interacción en los puntos donde sus velocidades iguales. Con crecimiento del parámetro " w " esta interacción paulatinamente reduce. Este efecto parece a resonancia paramétrica de dos osciladores con frecuencias dependientes del tiempo. La interacción de estos dos osciladores tiene lugar cerca del tiempo en que las frecuencias son iguales. El parámetro " w " presenta la distancia de las frecuencias. Si la distancia grande no hay ninguna interacción.

La interacción de ondas existe en todos sistemas dinámicos siempre y cuando las características tienen la multiplicación. El método semi-clásico (WKB) se falla en explicar este fenómeno. Uno de los primeros métodos para tratar este problema fue propuesto por su servidor en artículo: V.V. Kucherenko "Asymptotics of the solution of the system in the case of characteristics of variable multiplicity" Mathematics of the USSR Izvestija, v.8, pp631-666, 1974. Este método se puede aplicar a todos los sistemas con características suaves. Pero la suavidad en general existe no para todos valores del parámetro " w ". Entonces, no obstante que el método mencionado da verdadero cuadro cualitativo, la medida de interacción (el cuadro cuantitativo) es diferente. Este proyecto está dedicado a la calculación exacta de la medida de interacción de las ondas cerca de intersección de los

características. Fuera de los puntos de intersección de las características se puede aplicar el método semi-clásico (WKB). Nuestro objetivo fue desarrollar el nuevo acercamiento a problema cuantitativo, y presentar el desarrollo asintótico con respecto a pequeño parámetro "h" de la solución del sistema linealizada uniformemente por el parámetro "w". Estos resultados también tienen aplicación en mecánica cuántica, explicando la difusión de electrones en nano-estructuras, en campos magnéticos.

Objetivo y metas cumplidos

El objetivo fue modificar el símbolo principal usando que el sistema de hidrodinámica magnética para ideal líquido incompresible se concederá sobre campos con divergencia cero. Segundo objetivo fue desarrollar el método asintótico para el sistema modificada. Ambos metas fueron cumplidos.

Métodos y materiales

Nosotros usamos los métodos del teoría de ecuaciones pseudo diferenciales y los métodos asintóticos desarrollados por su servidor.

Resultados

Fue demostrado que el sistema de hidrodinámica magnética para ideal líquido se puede modificarse sobre campos con divergencia cero de tal modo que nueva sistema va a tener solo Alfen Waves.

Después fueron obtenidos las formulas asintóticas para el sistema modificada y fue resulta el problema de multiplicidad variable.

Bibliografía

- 1.Valeri Kucherenko"Linearized system of magnetohydrodynamics for the ideal incompressible fluid" Proceedings Days of Diffraction 2010,ISBN978-5-9651-0529-8 pp102-105.
- 2.V. Kucherenko, Yu. Osipov, “The cauchy problem for nonstrictly hyperbolic equations”; publicado en Mathematics of the USSR Sbornik, vol. 48, pag. 81 a 108, Rusia (traducción: E.U.), 1983
- 3V. Kucherenko, Yu. Osipov “Justification of formal Asymptotics of solutions of ordinary differential equations with degenerate symbol”; publicado en Soviet Mathematics of the USSR Sbornik, vol.49 , pag. 151 a 169, Rusia (traducción: E.U.), 1983.
- 4.V.Kucherenko, V. Popov, “The Asymptotic solution of the elasticity problem in the thin domain”; publicado en Doklady Akademii Nauk USSR, vol. 29,N1,pag29-31, Rusia (traducción: E.U.), 1984.
- 5.V. Kucherenko, L.Motylev, "A. Nonstrictly Hyperbolic equation with nonsmooth characteritics", publicado en Soviet Mathematics Doklady, vol. 29, pag. 634 a 637, Rusia (traducción: E.U.), 1984.
- 6.V. Kucherenko, L. Motylev, "A parametrix for a nonstrictly hyperbolic equation with nonsmooth characteristics", publicado en Mathematics of the USSR, Sbornik, vol. 55, pag. 287 a 306, Rusia (traducción: E. U.), 1985.
- 7.V. Kucherenko, L. Motylev, "The limits of applicability of the canonical operator method for nonstrictly hyperbolic equations with nonsmooth characteristics", publicado en Mathematics of the USSR Izvestiia, vol. 29, pag. 95 a 117, Rusia (traducción: E.U.), 1986.

8.V. Kucherenko, Yu. Osipov, "Exact and asymptotic solutions of systems with turning points", publicado en Mathematics of the USSR Izvestiia, vol. 29, pag. 355 a 370, Rusia (traducción: E.U.), 1986.

9.A.Krivko and Valeri Kucherenko "Semiclassic asymptotics of the Matrix Sturm Liouville problem", Mathematical Notes, V80, N1, pp139-143, 2006

10..A.Krivko and Valeri Kucherenko "Semiclassic asymptotics of the Vector Sturm Liouville problem", Russian Journal of Mathematical Physics V12, N2, pp188-202, 2006

11.Valeri Kuchernko "Asimptotiv behavior of the solution of the system in the case of characteristics with variable multiplicity", Math USSR Izv.8(3),(1974),pp631-666